

# Stage M2 Informatique - Modélisation Géométrique

U.F.R. Sciences et Techniques, Dijon

## Sujet de stage: Étude de la dynamique de l'écriture manuscrite et modélisation par des courbes de Bézier à points massiques de contrôle

L'écriture est la manifestation physique d'un processus cognitif complexe. L'usage des stylets et tablettes nécessite une synthèse dynamique, c'est-à-dire dépendante du temps, de l'écriture manuscrite. Ainsi, cette synthèse repose sur la modélisation des tracés des caractères écrits. La synthèse de l'écriture manuscrite trouve de nombreuses applications : implémenter les trajectoires des robots en biomécanique pour humanoïdes, comprendre la motricité humaine, mettre au point des méthodes d'enseignement, comprendre les procédés de dégénérescence neuro-musculaire ou encore définir des algorithmes de vérification de signatures. Une écriture manuscrite cursive se compose d'un certain nombre de traits de base bien connus : traits, boucles, unions et ovals. Ces traits sont représentables par des B-splines ou des courbes de Bézier [BGLR17, Gab08, GB24, GFB20]. Certains auteurs exploitent des éléments caractéristiques de trajectoires planes que sont les points à courbures maximales appelés points dominants [Cor97, LBFG22, MM03] introduits par Fred Attneave [Att54]. Nous nous intéressons à la fois à la modélisation des lettres manuscrites avec des courbes de Bézier mais aussi à la cinématique de l'écriture. La vitesse d'écriture étant modélisée par un vecteur vitesse, la prise en compte de ce vecteur lors de la modélisation des courbes de Bézier est essentielle.

La théorie des points massiques, considérant dans le même espace les points pondérés et les vecteurs, permet de calculer et d'afficher simplement des courbes de Bézier définies par un certain nombre de points massiques de contrôle [Far97, Far99, DP98, Gar07, GB25, GBF25, GB16, BG14]. Les tangentes ou asymptotes aux courbes dépendent des points ou des vecteurs de contrôle. Les courbes de Bézier usuelles ne permettent de tracer que certains arcs de coniques, figure 1.

L'utilisation de points massiques constitue une approche efficace pour la modélisation simplifiée des coniques (telles que les demi-ellipses, figure 2, les branches d'hyperbole) ou les boucles de courbes de degré supérieur (Folium de Descartes, Lemniscate de Bernouilli...), tout en facilitant l'analyse cinématique du tracé.

Par ailleurs, l'introduction de poids complexes permet de prendre en compte la cinématique des courbes sans accroître leur degré polynomial, figure 3.

L'objectif du stage est d'étudier la génération de l'écriture à partir de courbes de Bézier à points massiques en utilisant les algorithmes de calcul de points dominants. En se basant sur le travail de stage de Charles Lepaire [LBFG22], un outil logiciel de géométrie dynamique permettant de modéliser les courbes de Bézier à partir de points ou vecteurs sera développé. La méthode générale inclura de travailler avec des points massiques dont les poids sont complexes.

Le code et l'interface seront développés en C/C++ et OpenGL.

Une poursuite en thèse après le stage est envisageable.

Encadrants :

- Lionel Garnier (lgarnier@u-bourgogne.fr)
- Lucie Druoton (lucie.druoton@ube.fr)

## References

- [Att54] F Attneave. Some informational aspects of visual perception. *Psychological Review*, 61(3):183–193, 1954.

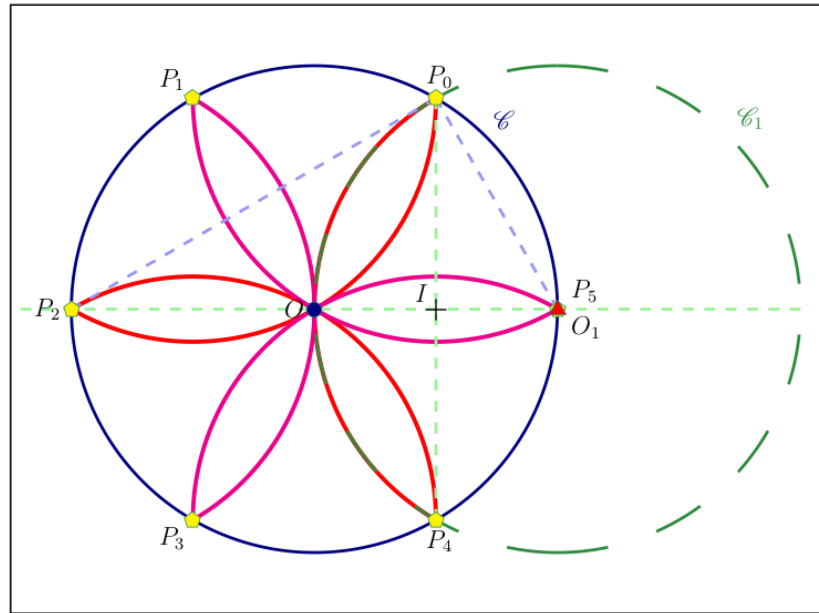


Figure 1: Rosace définie par des arcs de cercles modélisés par des courbes de Bézier classiques.

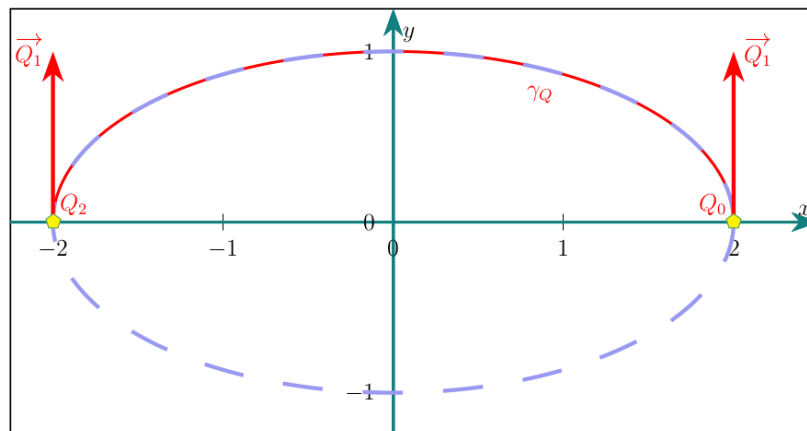


Figure 2: Demi-Ellipse modélisée par une courbe de Bézier à points massiques de contrôle.

- [BG14] J. P. Bécar and L. Garnier. Points massiques, courbes de Bézier quadratiques et coniques : un état de l'art. In *G.T.M.G. 2014*, Lyon, 26 au 27 mars 2014.
- [BGLR17] Véronique Boutet, Jonathan Godin, and Alexis Langlois-Rémillard. Excursion typographique : La matrice des fontes. *Accromath*, 12:26–29, 2017. Université de Montréal.
- [Cor97] Philippe Cornic. Another look at the dominant point detection of digital curves. *Pattern Recognition Letters*, 18:13–25, 1997.
- [DP98] G. Demengel and J. P. Pouget. *Mathématiques des Courbes et des Surfaces. Modèles de Bézier, des B-Splines et des NURBS*. Ellipse, 1998.

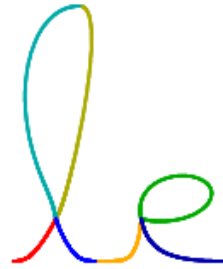


Figure 3: Deux lettres modélisées par des courbes de Bézier à points massiques de contrôle.

- [Far97] G. Farin. *Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design*. Academic Press, San Diego, 4 edition, 1997.
- [Far99] G. Farin. *NURBS from Projective Geometry to Pratical Use*. A K Peters, Ltd, 2 edition, 1999. ISBN 1-56881-084-9.
- [Gab08] Peter Gabor. Les courbes de pierre bézier ont redessiné le monde, juin 2008.
- [Gar07] L. Garnier. *Mathématiques pour la modélisation géométrique, la représentation 3D et la synthèse d'images*. Ellipses, 2007. ISBN : 978-2-7298-3412-8.
- [GB16] Lionel Garnier and Jean-Paul Bécar. Mass points, Bézier curves and conics: a survey. In *Eleventh International Workshop on Automated Deduction in Geometry*, Proceedings of ADG 2016, pages 97–116, Strasbourg, France, June 2016. <http://ufrsciencestech.u-bourgogne.fr/~garnier/publications/adg2016/>.
- [GB24] Lionel Garnier and Jean-Paul Bécar. Courbes de Bézier à points massiques et à masses complexes pour la modélisation de lettres cursives. In *GTMG 2024*, Marseille, France, 2024.
- [GB25] Lionel Garnier and Jean-Paul Bécar. Courbes algébriques et courbes de Bézier à points massiques. In *GTMG 2025*, Poitiers, France, mars 2025.
- [GBF25] Lionel Garnier, Jean-Paul Bécar, and Laurent Fuchs. How null vector performs in a rational bézier curve with mass points. *Geometry*, 2(1), 2025.
- [GFB20] Lionel Garnier, Laurent Fuchs, and Jean-Paul Becar. Introduction à la modélisation de l'écriture manuscrite par des courbes Bézier Rationnelles massiques. In *GTMG 2020*, Nancy, France, 2020.
- [LBFG22] Charles Lepaire, Jean-Paul Bécar, Laurent Fuchs, and Lionel Garnier. Algorithmes de calculs de points dominants. In *GTMG 2022*, Dijon, France, 2022.
- [MM03] Pepe Siy Majed Marji. A new algorithm for dominant points detection and polygonization of digital curves. 2003.